

Geometrija 3
januar, 01.02.2015.

1. Neka je ravanska kriva α data parametrizacijom $\alpha(t) = (3 \cos t - \cos 3t, 3 \sin t - \sin 3t)$, $t \in \mathbb{R}$. Dokazati da je kriva α zatvorena i izračunati njenu dužinu, odrediti funkciju dužine luka i krivinu krive.
2. Dokazati da kriva $\beta(t) = (b \cos t, b \sin t, t)$, $t \in \mathbb{R}$, pripada površi $f : \operatorname{tg} z = \frac{y}{x}$, $y \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Odrediti uglove koje grade redom oskulatorna, rektifikaciona, normalna ravan krive β sa tangentnom ravni površi f (u svim tačkama krive β).
3. Neka je $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ prirodno parametrizovana kriva, koja nije prava. Površ f je zadata parametrizacijom $f(s, v) = \alpha(s) + vB(s)$, $s \in I$, $v \in (-\varepsilon, \varepsilon)$, $\varepsilon > 0$.
 - (a) Odrediti za koje ε je površ regularna.
 - (b) Izračunati geodezijsku i normalnu krivinu krive α na površi f . Da li je α geodezijska linija?
 - (c) Odrediti površinu površi f ako je α kružni heliks i $I = (0, 2\pi)$.
4. Data je elementarna površ $r(u, v) = (\operatorname{ch} u(\cos v + \sin v), \operatorname{ch} u(\sin v - \cos v), \sqrt{2}u)$, $(u, v) \in \mathbb{R} \times (0, 2\pi)$.
 - (a) Izračunati glavne, Gausovu i srednju krivinu date površi.
 - (b) Odrediti sve asimptotske, glavne linije (linije krivine) i krive koje polove uglove između koordinatnih linija na datoj površi.
 - (c) Ispitati da li postoje realne konstante a, b takve da je površ r izometrična helikoidu $f(s, t) = (as \cos t, as \sin t, bt)$.

$$\begin{array}{lll} \Gamma_{11}^1 = \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 = \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 = \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 = \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 = \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 = \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{array}$$

Geometrija 3
januar, 01.02.2015.

1. Neka je ravanska kriva α data parametrizacijom $\alpha(t) = (3 \cos t - \cos 3t, 3 \sin t - \sin 3t)$, $t \in \mathbb{R}$. Dokazati da je kriva α zatvorena i izračunati njenu dužinu, odrediti funkciju dužine luka i krivinu krive.
2. Dokazati da kriva $\beta(t) = (b \cos t, b \sin t, t)$, $t \in \mathbb{R}$, pripada površi $f : \operatorname{tg} z = \frac{y}{x}$, $y \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Odrediti uglove koje grade redom oskulatorna, rektifikaciona, normalna ravan krive β sa tangentnom ravni površi f (u svim tačkama krive β).
3. Neka je $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ prirodno parametrizovana kriva, koja nije prava. Površ f je zadata parametrizacijom $f(s, v) = \alpha(s) + vB(s)$, $s \in I$, $v \in (-\varepsilon, \varepsilon)$, $\varepsilon > 0$.
 - (a) Odrediti za koje ε je površ regularna.
 - (b) Izračunati geodezijsku i normalnu krivinu krive α na površi f . Da li je α geodezijska linija?
 - (c) Odrediti površinu površi f ako je α kružni heliks i $I = (0, 2\pi)$.
4. Data je elementarna površ $r(u, v) = (\operatorname{ch} u(\cos v + \sin v), \operatorname{ch} u(\sin v - \cos v), \sqrt{2}u)$, $(u, v) \in \mathbb{R} \times (0, 2\pi)$.
 - (a) Izračunati glavne, Gausovu i srednju krivinu date površi.
 - (b) Odrediti sve asimptotske, glavne linije (linije krivine) i krive koje polove uglove između koordinatnih linija na datoj površi.
 - (c) Ispitati da li postoje realne konstante a, b takve da je površ r izometrična helikoidu $f(s, t) = (as \cos t, as \sin t, bt)$.

$$\begin{array}{lll} \Gamma_{11}^1 = \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 = \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 = \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 = \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 = \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 = \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{array}$$